

COMPLEMENTO T.P. 1**Problema 1.**

Resuelva la siguiente ecuación aplicando propiedades de módulo, para todos los $x \in (4,10)$:

$$|x + 2| - |x - 12| + |2x - 22| = x + 36$$

Problema 2.

Elimine las barras de valor absoluto utilizando las propiedades correspondientes, para $1 \leq x < 6$ y resuelva luego la siguiente ecuación: $|x - 8| + |3x| - |4x + 1| = 5$

Problema 3.

Dada la siguiente ecuación

$$\frac{4|x - 6| - |-2x + 12|}{|-3| \cdot 3} = |-2|$$

Se pide:

- Simplifíquela aplicando propiedades del valor absoluto. Y exprese en lenguaje ordinario qué significa esa expresión simplificada.
- Halle su conjunto solución y represéntelo sobre la recta numérica.

Problema 4.

Dada la siguiente ecuación

$$|49 - 7x| - |x - 7| = |-12|$$

Se pide:

- Simplifíquela aplicando propiedades del valor absoluto. Y exprese en lenguaje ordinario qué significa esa expresión simplificada.
- Halle su conjunto solución y represéntelo sobre la recta numérica.

Problema 5

Aplicar propiedades de módulo y resolver la siguiente ecuación:

$$|6x - 30| - \frac{|7x - 35|}{|-3 - 4|} = |-8 - 7|$$

Problema 6

Elimine barras de valor absoluto y simplifique las siguientes expresiones, utilizando las propiedades correspondientes:

a) $\frac{|x-5|}{|5-x|}$

b) Para valores de $x \in (-6,2)$:

$$|x - 4| - |2x + 12| - |6 - x|$$

Problema 7

Dada la expresión “La distancia entre el triple de un número y el número -5 es de 4 unidades”.

- Simbolícela en lenguaje matemático.
- Dé el o los valores que hacen verdadera la expresión.

Respuestas

- 1) $x = -24$
- 2) $x = 1$
- 3) a) Números cuya distancia al 6 es igual a 9 unidades. b) $x = 15$, $x = -3$
- 4) a) Números cuya distancia al 7 es igual a 2 unidades. b) $x = 9$, $x = 5$
- 5) a) Números cuya distancia al 5 es igual a 3 unidades. b) $x = 2$, $x = 8$
- 6) a) 1 b) $-2x - 14$
- 7) a) $|3x + 5| = 4$ b) $x = -1/3$, $x = -3$

COMPLEMENTO T.P. 2

Problema 1

Si las variables x e y representan números reales con $x \neq 0$ e $y \neq 0$, simplifique completamente la siguiente expresión, eliminando raíces y exponentes negativos:

$$a) \frac{(pq^2r^{-1})^2(pqr^{-1})^{-1}}{\sqrt{p}(q^{-3}r)^{-3}}$$

$$b) \frac{\sqrt{5x^{-2}y} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{5}x^2y^{-1}}}{\sqrt[6]{5y^{-5}}}$$

Problema 2

$$\text{Sean } t = \frac{\sqrt[4]{(-2)^2} \cdot (2^{x+2})^2}{2^{2x-2} \cdot 2^6} \quad \text{y} \quad p = (1 + \sqrt{8})^2 - 9 + \sqrt{32}$$

Sin usar aproximaciones y mostrando todos los pasos de la resolución, comprobar que

$$t + p = 9\sqrt{2}$$

Problema 3

Indique el valor de verdad de la siguiente proposición y justifique:

$$a) \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b} \cdot a^{-1} \cdot b^{-\frac{2}{3}}}{a^{-\frac{3}{2}} \cdot b^{-\frac{4}{3}}} = a^2 \cdot \sqrt{b}$$

Problema 4

a) Simplifique la siguiente expresión:

$$\frac{(x^{a+b})^2 (y^{a+b})^2}{(xy)^{2a-b}}$$

b) ¿Qué valor debe tomar b para que la expresión del inciso anterior sea igual a xy ?

Problema 5

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones y justifique:

a) $|x\sqrt{3} - \sqrt{12}| = \sqrt{3}|x - 2|$

b) $\frac{\sqrt{x^3} \sqrt[3]{y} x^{-2} \sqrt[3]{y}}{\sqrt{y^{-3}} x^{\frac{-3}{4}}} = x^4 \cdot \sqrt[3]{y^2}$

c) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \sqrt{3}$

Respuestas

1)a) $\frac{r^2 \sqrt{p}}{q^6}$

b) $\frac{y}{\sqrt[3]{x}}$

2) Se verifica

3) Falso, da por resultado ab

4)a) $x^{3b} \cdot y^{3b}$ b) $b = \frac{1}{3}$

5) a) Verdadero, $|x \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{3}| = \sqrt{3} |x - 2|$

b) Falso, da por resultado $\sqrt[4]{x} \cdot y^{\frac{3}{2}}$

c) Falso, da por resultado $\sqrt{3} + 1$

COMPLEMENTO T.P. 3

Considere las siguientes expresiones en la variable x :

a) Simplifíquelas obteniendo para cada una de ellas una expresión equivalente a la dada.

b) Indique en cada caso para que valor/es de la variable x la expresión no tiene sentido

1) $A(x) = \frac{x^3+4x^2-21x}{x^3-9x} \div \left(\frac{x^2+6x+9}{x^2-49}\right)^{-1}$

2) $A(x) = \frac{2-x+\frac{x^2}{2+x}}{4-\frac{4}{2+x}}$

3) $A(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^3+x^2} \left(\frac{x^2+x-2}{3x^2-3}\right)^{-1} \left(\frac{x-1}{x^3+2x^2}\right)^{-1}$

4) $A(x) = \frac{x^2-9}{x^2-4} \left(\frac{x+3}{2x-4}\right)^{-1} + \frac{10}{x+2}$

5) $A(x) = \left(1 - \frac{x}{x+2}\right) \left(\frac{-2x}{x+1} + \frac{2x+3}{x+2}\right)^{-1}$

6) $A(x) = \frac{3}{2x+2} - \frac{1}{4x-4} - \left(\frac{8-8x^2}{4}\right)^{-1}$

7) $A(x) = \frac{3+\frac{4}{x-1}}{\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}}$

Respuestas

-
- 1) Rta: a) $x \neq -3; 3; -7; 7; 0$ b) $A(x) = \frac{x+3}{x-7}$
- 2) Rta: a) $x \neq -2$ b) $A(x) = \frac{1}{x+1}$
- 3) Rta: a) $x \neq -1; 1; -2; 0$ b) $A(x) = 3(x-1)$
- 4) Rta: a) $x \neq -3; -2; 2$ b) $A(x) = 2$
- 5) Rta: a) $x \neq -3; -1; -2$ b) $A(x) = \frac{2(x+1)}{x+3}$
- 6) Rta: a) $x \neq -1; 1$ b) $A(x) = \frac{5}{4(x+1)}$
- 7) Rta: a) $x \neq -1; 1; -\frac{1}{3}$ b) $A(x) = -x - 1$
-

COMPLEMENTO T.P. 4**Problema 1**

Resuelva las siguientes ecuaciones y verifique si las soluciones obtenidas satisfacen la ecuación original:

- a) $\left| -\frac{1}{4}x - 1 \right| = 10$
- b) $(x-1)^2 = 4$

Problema 2

Considere la siguiente ecuación cuadrática en la variable k : $-2x^2 + 6x + k = 0$

Siendo k un parámetro desconocido, se pide:

- a) Halle el valor del parámetro k para que $x = -1$ sea solución de la ecuación dada.
- b) Halle todos los valores que puede tomar el parámetro k para que la ecuación tenga dos soluciones reales y distintas.
- c) Halle las soluciones de la ecuación para el caso en que $k = 0$.

Problema 3

Considere la siguiente ecuación en la variable x : $-x^2 - 7x + l = 0$

Siendo l un parámetro desconocido, se pide determinar para qué valores de l la ecuación no tiene solución real. Justifique detalladamente su respuesta.

Problema 4

Complete el cuadrado en la siguiente expresión cuadrática en la variable x y resuélvala:

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

1a) $x = -44, \quad x = 36$

b) $x = -1, \quad x = 3$

2)a) $k = 8$

b) $m > \frac{-18}{4}$

c) $x_1 = 0 ; \quad x_2 = 3 .$

3) $l < \frac{-49}{4}$

4) $x_1 = -5 ; \quad x_2 = -3$

COMPLEMENTO T.P. 5**Problema 1**

Considere la desigualdad sobre **R**: $x^2 - 2x - 15 \leq 0$

a) Verificar que $x = -5$ no es solución de la inecuación

b) Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 2

Considere la desigualdad sobre **R**: $(5 - x)(x + 7) \leq 0$

a) Verificar que $x = 7$ es solución de la inecuación

b) Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 3

Considere la desigualdad sobre **R**: $\frac{x+2}{2-x} < 3$

a) Verificar que $x = -2$ no es solución de la inecuación

b) Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 4

Considere la desigualdad sobre **R**: $|2x - 3| \geq 5$

a) Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Respuestas

1.b) $S = [-3; 5]$

2.b) $S = (-\infty; -7] \cup [5; +\infty)$

3.b) $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

4.a) $S = (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

COMPLEMENTO T.P. 6

Problema 1

Representar todos los puntos del plano real cuya distancia al punto (2,2) sea igual a 1.

Problema 2

Probar que los puntos: $A(1; 7)$, $B(4; 6)$ y $C(1; -3)$ pertenecen a una circunferencia de centro $O(1; 2)$.

Problema 3

Determinar la condición para que los puntos $A(0; \alpha)$ y $B(1; 2)$ disten una unidad.

Problema 4

Identificar si el punto $A(2; 4)$ pertenece a la región del plano $x^2 - 9 > 0$. Justificar gráficamente.

Problema 5

¿La siguiente ecuación: $x^2 + 2x + y^2 = 2$, es la ecuación de una circunferencia? En caso afirmativo, ¿cuál es su centro y radio?

Problema 6

Determinar el centro $(\alpha; -2)$ de una circunferencia, sabiendo que el punto $(2; 1)$ pertenece a la misma y su radio es $\sqrt{10}$.

Problema 7

Los vértices de un rectángulo se encuentran en los puntos $A(8; 10)$, $B(-6; 10)$, $C(-6; -6)$ y $D(8; -6)$. ¿Cuál es su perímetro y su área?

Respuestas

- 1) Todos los puntos del plano real cuya distancia al punto $(2; 2)$ sea igual a 1, por definición de circunferencia, son todos los puntos de una circunferencia de radio 1 y centro $(2; 2)$. Por lo tanto serán todos los pares ordenados $(x; y)$ que satisfagan la ecuación de dicha circunferencia: $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$, como por ejemplo el punto $(2; 3)$.

- 2) Para determinar que los puntos A; B y C pertenezcan a la circunferencia de centro $O(1; 2)$, todos ellos deben tener la misma distancia a dicho punto. Entonces:

$$\left. \begin{aligned} d(A, O) &= \sqrt{(1-1)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{0+25} = 5 \\ d(B, O) &= \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{9+16} = 5 \\ d(C, O) &= \sqrt{(1-1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{0+25} = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Todos tienen la}$$

misma distancia y pertenecen entonces a la circunferencia: $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$

3) La distancia entre estos dos puntos del plano es : $d(A, B) = \sqrt{(0-1)^2 + (\alpha-2)^2} = 1 \Rightarrow$
 $= \sqrt{1 + (\alpha-2)^2} = 1$ Elev. Al cuadrado
 $= 1 + (\alpha-2)^2 = 1$ Resuelvo la

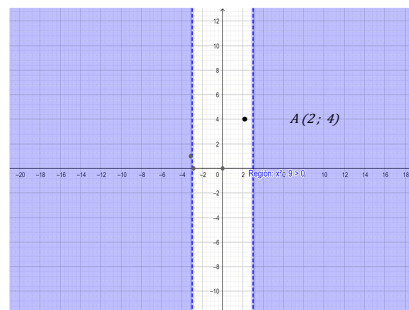
ecuación

$$= (\alpha-2)^2 = 0$$

$$\alpha-2 = 0$$

$$\alpha = 2$$

- 4) Si el punto $A(2; 4)$ pertenece a la región del plano $x^2 - 9 > 0$, tendrá que verificar que $x^2 > 9$, es decir que $x > 3$ o $x < -3$. En este caso vemos que el punto $A(2; 4)$ NO pertenece a esta región, cosa que podemos verificar en el siguiente gráfico:



- 5) Sabemos que tenemos que completar los cuadrados en $x^2 + 2x + y^2 = 2$. En este caso hacemos:
 $x^2 + 2x + 1 + y^2 = 2 + 1$ Resolviendo y agrupando nos queda: $(x + 1)^2 + (y - 0)^2 = 3$ que es la ecuación de una circunferencia de centro $(-1; 0)$ y radio $\sqrt{3}$
- 6) Si reemplazamos en la ecuación de la circunferencia por su centro $(\alpha; -2)$ y su radio $\sqrt{10}$, nos queda:
 $(x - \alpha)^2 + (y + 2)^2 = 10$. Como el punto $(2; 1)$ pertenece a la circunferencia, debe verificar la misma. Entonces reemplazando en la ecuación anterior: $(2 - \alpha)^2 + (1 + 2)^2 = 10$. Resolvemos la ecuación y hallamos que α puede tomar dos valores, 1 y 3.
- 7) El perímetro de un rectángulo es : $2 \cdot (B + h)$ y su superficie es : $B \cdot h$, siendo B la base del rectángulo y h su altura. Hallando la distancia entre los puntos, nos queda que $B = 14$ y la $h = 16$. Por lo tanto reemplazamos en las fórmulas anteriores y determinamos que el perímetro es 60 unidades y la superficie $224 u^2$