# Álgebra y Geometría Analítica Práctica 1:

Números complejos
(basadas en las prácticas de la Prof. Gisela Savslasky y el Prof. Ernesto Aljinovic)

Docente: Cecilia Jarne

1. Calcular

   *a)* $\frac{2-3i}{2+4i}$

   *b)* $\frac{1-3i}{-2-2i}$

   *c)* $Re(\frac{3+i}{-2-2i})$

   *d)* $Im(\frac{(2-i)^2}{1+3i})$

2. Resuelve la ecuación siguiente: $(-2+i)x = (3+i)|1+i|$

3. Halla z tal que: $\overline{(2+i)}(1+i) = 2+zi$

4. (a) Hallar un número real x tal que el producto $(3+2i)(x+6i)$ sea imaginario puro.
   (b) Hallar un número real x tal que el cociente entre $x+3i$ y $2–5i$ sea un número real.

5. Representa en el plano, usando coordenadas cartesianas o polares: (a) la forma trigonométrica los números complejos $-2-2i$, $2+2i$, $4–3i$, $4+3i$.
   (b) la forma binómica los números complejos:
   $2(cos(\frac{\pi}{3})+isen(\frac{\pi}{3}))$, $(cos(\pi)+isen(\pi))$, $5(cos(\frac{3\pi}{4})+isen(\frac{3\pi}{4}))$

6. Representa en el plano complejo los números z, tales que:

   (a)$|z| = 5$ , (b) $|z| \leq 5$ (c) $|z-2| \leq 5$

   (d) $|z-i| \leq |z+i|$ (e) $z+\overline{z} = |z|^2$

   (f) $Arg(z) < \frac{\pi}{3}$, (g) $|z+3| < 4$ y $\frac{\pi}{3} \leq Arg(z) < \pi$

7. Escribe la fórmula usando variable compleja ($z \in C$) y presenta un gráfico de las siguientes regiones:

   (a) Circunferencia de radio 5 y centro el origen.

   (b) Circunferencia de radio 7 y centro en $(3,-2)$.

   (c) Disco abierto de radio 5 y centro en $(3,2)$.

   (d) Corona de radios 5 y 7 y centro en $(-3,2)$.

8. Dados $u$ y $v$ calcula $uv$ y $u/v$ usando la forma binómica y la forma trigonométrica:
   (a) $u = \sqrt{2}+i\sqrt{2}$ ;$v = \sqrt{2}-i\sqrt{2}$
   (b) $u = \sqrt{2}+i\sqrt{2}$ , $v = \sqrt{2}-i\sqrt{3}$

9. Calcula:

   a) $(-1-i\sqrt{3})^9$ b) $\frac{1}{2+2i^7}$

   c) $\frac{(\sqrt{3}+i^{95})^4}{(-1+i\sqrt{3})^6}$ d) $\frac{(1+i)^{84}}{(-1-i)^9}$

10. Resuelve las ecuaciones cuadráticas siguientes:
    (a) $x^2+3x+3=0$ , (b) $2x^2+4x+5=0$ , (c) $x^2+3x+8=0$

11. Resuelve las ecuaciones bicuadráticas:
    (a) $x^4+13x^2+36=0$ , (b) $x^4-30x^2+289=0$

12. Halla las raíces cuadradas de $-1$ y verifica que son $i$ y $-i$.

13. Halla las raíces quintas de 1, de $-2$ y de $1 - i\sqrt{3}$ . Representa los resultados en el plano complejo, señalando los pentágonos regulares que se forman. ¿Qué relación observas entre esas figuras?

14. Resuelve las ecuaciones:

    (a) $z^4 + 16 = 0$, (b) $z^5 – 32 = 0$,

15. Contesta expresándote con claridad y precisión. Cuando resulte conveniente utiliza el lenguaje simbólico. Asimismo, puedes hacer gráficos para lograr mayor claridad.

    *a*) ¿Qué relación existe entre las partes real e imaginarias de un número complejo y su opuesto? ¿Y entre las de un número complejo y su conjugado?

    *b*) ¿Qué relación existe entre los módulos y los argumentos de un número complejo y su opuesto? ¿Y entre los de un número complejo y su conjugado?

    *c*) Expresa la desigualdad triangular para números complejos y demuestra su validez. Explica la razón de su nombre.

    *d*) Explica cómo puede obtenerse el resultado de una multiplicación de números complejos en forma gráfica, usando las transformaciones de homotecia y rotación en el plano. Ejemplifica usando el Geogebra.

    *e*) Explica cómo hallar las coordenadas del punto que resulta de aplicar una rotación de 30° a un punto cuyas coordenadas cartesianas son dato.

    *f*) A partir de la fórmula de De Moivre para la potencia de números complejos, demuestra la fórmula para hallar las raíces enésimas de un número complejo dado en forma polar.